PART2　定積分

例題

次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-3}^{1}(2x^2-3x+4)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{2}^{4}(x-1)(x-3)dx$

Point Pickup

練習

次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-x^2+5x)\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{1}^{4}(x-1)^2\,dx$

第17講　PART2 確認問題

次の定積分を求めよ。

1 $\int_{-1}^{3}(-x^2+2x)dx=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$

2 $\int_{1}^{2}(x-2)^2\,dx=\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$

PART2　定積分

例題

次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-3}^{1}(2x^2-3x+4)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{2}^{4}(x-1)(x-3)dx$

(1) $$\int_{-3}^{1}(2x^2-3x+4)dx=\left[\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+4x\right]_{-3}^{1}$$
$$=\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}+4\right)-\left(-\frac{54}{3}-\frac{27}{2}-12\right)=\frac{56}{3}+\frac{24}{2}+16=\frac{140}{3}$$

(2) $$\int_{2}^{4}(x-1)(x-3)dx=\int_{2}^{4}(x^2-4x+3)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x\right]_{2}^{4}$$
$$=\left(\frac{64}{3}-32+12\right)-\left(\frac{8}{3}-8+6\right)=\frac{56}{3}-24+6=\frac{2}{3}$$

練習

次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-x^2+5x)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{1}^{4}(x-1)^2dx$

(1) $$\int_{-1}^{2}(-x^2+5x)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right]_{-1}^{2}$$
$$=\left(-\frac{8}{3}+10\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{2}\right)=-3+\frac{15}{2}=\frac{9}{2}$$

(2) $$\int_{1}^{4}(x-1)^2dx=\int_{1}^{4}(x^2-2x+1)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-x^2+x\right]_{1}^{4}$$
$$=\left(\frac{64}{3}-16+4\right)-\left(\frac{1}{3}-1+1\right)=21-15+3=9$$

第17講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] アイ：-4，ウ：3

[解説]

$$\int_{-1}^{3}(-x^2+2x)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_{-1}^{3} \quad \text{[A]}$$

$$=(-9+9)-\left(\frac{1}{3}+1\right)$$

$$=0-\frac{4}{3}$$

$$=-\frac{4}{3}$$

[A]　関数 $f(x)$ の不定積分の1つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

2

[正解] エ：1，オ：3

[解説]

$$\int_1^2(x-2)^2dx=\int_1^2(x^2-4x+4)dx$$

$$=\left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right]_1^2 \quad \text{[B]}$$

$$=\left(\frac{8}{3}-8+8\right)-\left(\frac{1}{3}-2+4\right)$$

$$=\frac{7}{3}-2$$

$$=\frac{1}{3}$$

[B]　関数 $f(x)$ の不定積分の1つを $F(x)$ とすると

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$